



Guía semana 3 - Álgebra (MAT-109)

Segundo Semestre 2026

Cuantificadores

Resultados de Aprendizaje

- Determinar el valor de verdad de proposiciones.
- Demuestra proposiciones, a través de algún método apropiado.

Ejercicios

1. Considerando el conjunto $\mathbb{R}$ de los números reales como universo, escriba las siguientes expresiones utilizando conectivos y cuantificadores. Determine el valor de verdad de cada proposición.
 - a) Todo número multiplicado por cero es cero.
 - b) Hay un número que es mayor o igual que todos los demás.
 - c) Si un número es menor que 2, entonces es mayor que 1.
 - d) Hay un número tal que su cuadrado es igual a sí mismo.
 - e) No hay un número que sea positivo y negativo a la vez.
2. Dado el conjunto $A = \{0, 2, 4, 9\}$, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
 - a) $(\exists x \in A : 2x^2 - 3x + 1 = 0) \vee (\exists x \in A : 2x = x)$.
 - b) $(\forall x \in A : x + 3 \geq 3x^2) \wedge (\exists x \in A : 2x + 1 = (2x + 1)^2)$.
3. Dadas las funciones proposicionales $p(x) : x$ es múltiplo de 3; $q(x) : x$ es impar; $r(x) : x \geq 10$. Determine el valor de verdad.
 - a) $(\forall n \in \mathbb{N})(q(n) \vee r(n))$
 - b) $(\forall n \in \mathbb{N})(\neg r(n) \wedge q(n))$
 - c) $(\exists! n \in \mathbb{N})(r(n) \Rightarrow p(n))$
4. Niegue cada una de las proposiciones del ítem anterior.

5. Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- a) $(\exists x \in A)(\forall y \in B)(x + 1 \leq y)$
- b) $(\forall x \in A)(\forall y \in B)(x^2 + 1 > y + xy - 2)$
- c) $\neg[(\exists y \in B)(\forall x \in A)(x + 1 > y)]$

6. Construya demostraciones de las afirmaciones siguientes.

- a) Si a y b son impares entonces $a^2 + b^2$ es par, pero no divisible por 4. [Directa]
- b) El cuadrado de un número natural no puede ser de la forma $4k + 2$ ni $4k + 3$. [Por casos]
- c) Si m y n son enteros positivos tales que $m \cdot n = 100$ entonces $m \leq 10$ o $n \leq 10$. [Contrarrecíproco]
- d) Si un número natural no es par entonces no es múltiplo de 6. [Contrarrecíproco]
- e) Si x es un número real diferente de cero, entonces su inverso multiplicativo es diferente de cero. [Reducción al absurdo]
- f) $\sqrt{5}$ es un número irracional. [Reducción al absurdo]

Desafío.

Determine el valor de verdad de:

- 1. $(\forall n \in \mathbb{N}) (n \text{ impar} \Rightarrow (2n + 1)^2 + 1 \text{ es par})$
- 2. $(\forall n \in \mathbb{N}) \left(\frac{3n^2 + 8n + 4}{2} \text{ número impar} \Rightarrow n \text{ es un número par} \right)$

Soluciones

1.
 - a) $(\forall x \in \mathbb{R})(x \cdot 0 = 0) \equiv V$
 - b) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x \geq y) \equiv F$
 - c) $(\forall x \in \mathbb{R})(x < 2 \Rightarrow x > 1) \equiv F$
 - d) $(\exists x \in \mathbb{R})(x^2 = x) \equiv V$
 - e) $\neg(\exists x \in \mathbb{R})(x > 0 \wedge x < 0) \equiv V$
2.
 - a) V
 - b) F
3.
 - a) F
 - b) F
 - c) F
4.
 - a) $\neg(\forall n \in \mathbb{N})(q(n) \vee r(n)) \equiv (\exists n \in \mathbb{N})(\neg q(n) \wedge \neg r(n))$
 - b) $\neg(\forall n \in \mathbb{N})(\neg r(n) \wedge q(n)) \equiv (\exists n \in \mathbb{N})(r(n) \vee \neg q(n))$
 - c) $\neg(\exists! n \in \mathbb{N})(r(n) \Rightarrow q(n)) \equiv (\exists n \in \mathbb{N})(\exists m \in \mathbb{N})(n \neq m \wedge [r(n) \Rightarrow q(n)] \wedge [r(m) \Rightarrow q(m)])$
5.
 - a) F
 - b) F
 - c) F
6. **Ayuda:** Demuestre según se indica en los respectivos paréntesis