

Cálculo Diferencial

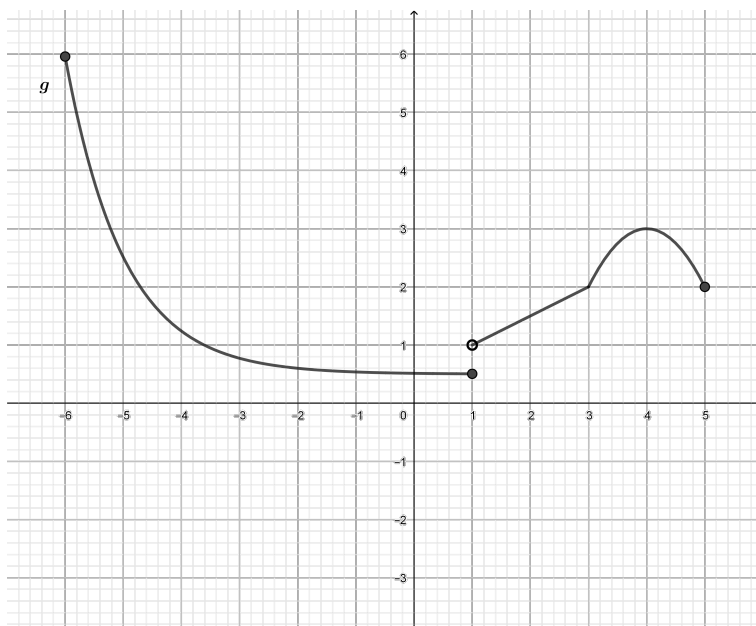
Guía 1: Funciones

Resultados de Aprendizaje

- Determinar el dominio, el recorrido y la gráfica de una función.

Ejercicios

1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por: $f(x) = \frac{9 - 2x}{x^2 + 1}$
 - a) Determine la imagen del 0.
 - b) Escriba una ecuación que permita calcular la preimagen de $\frac{7}{2}$.
 - c) Resuelva la ecuación anteriormente planteada.
 - d) ¿Existe algún número real cuya imagen sea $\frac{7}{2}$?
 - e) Determine los valores de $x \in \text{Dom}(f)$ para los cuales $f(x) \leq 0$.
2. Sea g la función definida en $[-6, 5]$ cuya gráfica de muestra a continuación



- a) Determine para que valores positivos de x en el dominio de g , su imagen se encuentra entre $[2, 3]$.
- b) Determine si existen valores para los cuales la imagen es negativa.

3. Sea A un subconjunto de números reales y $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ una función. En cada caso determine el dominio de f .

$$a) f(x) = \sqrt{16 - x^2} + \sqrt{x - 3}. \quad b) f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x+2}} \quad c) f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+2}}$$

4. En cada caso determine el dominio A de la función $g : A \rightarrow [0, 1]$ definida por:

$$a) g(x) = -3x + 1. \quad b) g(x) = \sqrt{16 - x^2} \quad c) g(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x+2}}$$

5. En cada caso determine el recorrido de la función $h : \text{Dom}(f) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$a) h(x) = x^2 + x + 1. \quad b) h(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad c) h(x) = \frac{2x+1}{3x+5}$$

6. Sea $S : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por:

$$S(t) = \begin{cases} -t & \text{si } t < -1 \\ 2 - t^2 & \text{si } -1 \leq t < 1 \\ 0,5t + 0,5 & \text{si } 1 \leq t \leq 3 \\ 2 & \text{si } t > 3 \end{cases}$$

- a) Completar la siguiente tabla de valores de S

t	-3	-2,3	-1	0	0,8	1,5	2	3,2	4
$S(t)$									

- b) ¿Para que valores de $t \in \mathbb{R}$ se tiene que $2 < S(t) \leq 4$?

- c) Encuentre los puntos en que la recta $y = \frac{3}{2}$ intersecta a la gráfica de S .

- d) Represente gráficamente la función S y verifique los resultados obtenidos en los ítems b y c.

7. Considere la función $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ donde $f(x) = \frac{3x-4}{x-5}$

- a) Represente gráficamente la función utilizando un graficador y conjeture el dominio y recorrido de f .

- b) Demuestre sus conjeturas.

8. Una empresa de buses intermunicipales fija el costo de un boleto considerando que depende directamente de la distancia viajada. Un recorrido de 40 kilómetros cuesta \$7550, mientras que un recorrido de 60 kilómetros cuesta \$11850. Determine el costo de un boleto en función de los kilómetros recorridos.

9. Determine una función que represente la cantidad de aire que se requiere para inflar un globo de radio r centímetros a un radio de $r + 1$ centímetros.

10. Se quiere construir una lata para refresco en forma de cilindro circular recto con un volumen de 350 ml.

- a) Si la cantidad de material es uniforme en cada parte de la lata, determínala como una función del radio de la base.

- b) De acuerdo al contexto del problema ¿qué restricciones serán pertinentes para el diametro de la lata?

Soluciones

1. a) $f(0) = 9$.
 b) $\frac{9-2a}{a^2+1} = \frac{7}{2}$.
 c) $a = 1$, $a = -\frac{11}{7}$.
 d) Existen dos números reales con imagen $\frac{7}{2}$.
 e) $\left[\frac{9}{2}, +\infty\right[$.
2. a) $[3, 5]$.
 b) No existe.
3. a) $Dom(f) = [3, 4]$.
 b) $Dom(f) =]-\infty, -3] \cup]-2, +\infty[$.
 c) $Dom(f) =]-2, +\infty[$.
4. a) $A = \left[0, \frac{1}{3}\right]$.
 b) $A = [\sqrt{15}, 4] \cup [-4, -\sqrt{15}]$.
 c) $A =]-\infty, -3]$
5. a) $Rec(h) = \left[\frac{3}{4}, +\infty\right[$.
 b) $Rec(h) = [0, 2]$.
 c) $Rec(h) = \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}$.
6. a)

t	-3	-2,3	-1	0	0,8	1,5	2	3,2	4
$S(t)$	3	2.3	1	2	1.36	1.25	1.5	2	2

 b) $[-4, -2[$.
 c) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(-1/\sqrt{2}, \frac{3}{2}\right), \left(1/\sqrt{2}, \frac{3}{2}\right), \left(2, \frac{3}{2}\right)$
7. $Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 5\}$, $Rec(f) = \mathbb{R} - \{3\}$.
8. $C : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ donde $C(x) = 215x - 1050$.
9. $A : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ donde $A(R) = 4\pi R^2 + 4\pi R + \frac{4\pi}{3}$.
10. $f(R) = \frac{2 \cdot 350}{R} + 2\pi R^2$, con $R > 0$.